Etude Et Simulation De L'influence De La Resistance Sur L'acuite De Lacaracteristique De La Resonance D'un Circuit Rlc Avec Le Tableur Ms Excel

Par Katembo Kayiremonda Mordey,

Assistant À L'institut Supérieur Du Bâtiment Et Des Travaux Publics, IbtP-Butembo/Rd Congo

Résumé

Les dipôles électriques passifs présentent des comportements complexes lorsqu'ils sont alimentés en courant alternatif.

Dans la présente étude, nous présentons un circuit RLC que nous alimentons par une source de courant alternatif de fréquence réglable : nous mesurons les chutes de tensions aux bornes de chaque dipôle, le courant consommé par le circuit, et calculons la puissance consommée par le montage.

Les données analysées permettent de tracer les graphiques grâce à Ms Excel. Les résultats obtenus permettent de visualiser une courbe en concavité tournée vers le bas, qui est pointue pour des valeurs de résistance très petites et aplatie pour des valeurs très grandes.

Mots-clés: Pulsation, fréquence, réactance, résonance, impédance, bande passante

Date of Submission: 17-05-2025

Date of Acceptance: 27-05-2025

I. Introduction

La résonance est un phénomène physique qui intervient dans plusieurs domaines dont l'électronique et la télécommunication (émission-réception radio et télévision)¹, l'imagerie médicale, la mécanique, etc. Dans les cours de physique-électricité, la résonance est souvent abordée et comprise par les apprenants d'une certaine façon ; la rareté des matériels adaptés et des simulateurs pour son étude dans certains établissements d'enseignement permet de réfléchir d'une certaine façon pour parvenir à sa compréhension. Les courbes et graphiques en résultant sont souvent données, mais l'interprétation des paramètres divers associés à ceux-ci méritent une attention particulière.

Dans le présent article, l'interprétation de l'évolution des courbes, le rôle de chacun des paramètres sont au rendez-vous.

Les dipôles passifs les plus utilisés incluent la résistance R, le condensateur de capacité C et la bobine d'inductance L. Chacun de ces composants présente ses caractéristiques propres à lui ; leurs comportements dépendent aussi de la nature et des caractéristiques du courant qui les alimentent.

II. Generalites Sur Les Dipoles R, L eT C

Une résistance « pure » gardera sa même valeur en courant continu qu'en alternatif (quelle que soit la fréquence !), sous condition de garder la température ambiante constante. Nous avons utilisé cette hypothèse simplificatrice tout au long de notre expérience.

En réalité, sa résistance augmente avec la température sous la relation :

$$R(\theta) = R_0 \left(1 + \alpha_1 (\theta - \theta_0) + \alpha_2 (\theta - \theta_0)^2 + \alpha_3 (\theta - \theta_0)^3 + \dots + \alpha_n (\theta - \theta_0)^n \right) \quad , \quad \text{avec une approximation limitée à } R(\theta) = R_0 (1 + \alpha_1 (\theta - \theta_0)) \quad (2.1)$$

Avec θ_0 la température initiale de référence, et θ la température pendant l'essai.

L'aspect complexe (faisant apparaître la réactance) de la résistance, découle de son imperfection, où on voit sa valeur varier en fonction de la fréquence d'alimentation, du fait de sa constitution, des effets pelliculaires, etc.

Ces réalités permettent de dénicher le caractère variable et complexe de la résistance en fonction de la température et de la fréquence du courant qui l'alimente.

¹ RENIER, L. (2018). *Changement de fréquence*. Consulté le 10 25, 2021, sur la fréquence de résonance: <http://www.louisreynier.com>

La bobine d'inductance est constituée d'un fil conducteur de section non nulle $s = \frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2$ et de longueur $l = 2\pi RN = \pi DN$, avec s la section du fil, d et r respectivement son diamètre et son rayon ; l , la longueur du fil de la bobine, R et D respectivement le rayon et le diamètre de la spire de bobine et N le nombre des spires.

Du fait de la longueur et de la section du fil, la bobine présente une résistance $R_{fil} = \frac{\rho l}{s}$ avec ρ la résistivité du fil qui dépend de la matière du conducteur².

Dans le cadre de nos expériences, nous avons fait abstraction à cette résistance intrinsèque du fil (négligeable, du fait de la longueur du fil, mais qui devrait s'ajouter à celle de la résistance insérée R !) et supposer que c'est seulement l'effet inductif qui intervient.

La chute de tension que crée la bobine reste la même en courant continu, dépendant seulement de sa résistance intrinsèque. Mais une fois alimentée en courant alternatif, sa chute de tension augmente au fur et à mesure que la fréquence du courant augmente. Les relations qui relient la chute de tension inductive u_L et la « réactance inductive X_L » au courant alternatif s'écrit :

$$u_L = L \frac{di}{dt} \tag{2.2}$$

$$X_L = jL\omega \tag{2.3}$$

Avec j l'opérateur complexe tel que $j^2 = -1$, et ω la pulsation du courant qui alimente le dipôle³.

X_L explique que plus la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ augmente, plus la bobine exerce une grande « résistance » au courant, proportionnelle à 2π fois la fréquence f . Elle est donc perçue comme « imaginaire » du fait qu'elle n'existe pas en courant continue⁴.

Ainsi, une bobine se présente comme un bon conducteur en courant continu, et une très grande résistance en courant alternatif.

Un condensateur est constitué des armatures séparées par un diélectrique. Il est de se fait considéré comme une interruption ou coupure de circuit ou « résistance infinie » pour un courant continu.

La chute de tension que crée un condensateur une fois alimenté en courant alternatif diminue au fur et à mesure que la fréquence du courant augmente. Les relations qui relient le courant i_c la chute de tension capacitive u_c et la « réactance capacitive X_C » en courant alternatif s'écrit :

$$i_c = C \frac{du}{dt} \Leftrightarrow u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt \tag{2.4}$$

$$X_C = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega} \tag{2.5}$$

Avec j l'opérateur complexe tel que $j^2 = -1$, et ω la pulsation du courant qui alimente le dipôle.

X_C explique que plus la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ augmente, plus le condensateur devient moins résistant et se présente comme un très bon conducteur au passage du courant, inversement proportionnelle à $2\pi C$ fois la fréquence f .

La mise en commun de la résistance et des réactances permet de reconstituer l'impédance du circuit ; elle se met sous les formes⁵:

$$\underline{Z} = R + \underline{X} = R + \underline{X}_L + \underline{X}_C \tag{2.6}$$

$$\underline{Z} = R + jL\omega - \frac{j}{C\omega} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \tag{2.7}$$

En module :

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \tag{2.8}$$

² <https://fr.m.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9sistivit%C3%A9>. Consulté le 02 10, 2022, sur Wikipedia:

³ CORNIER, G. *Génie Electrique*. GEN1153, inédit, 2020.

⁴ KASOGHO, J.-P. *Régulation et systèmes asservis*. Notes des cours, inédit, Université Officielle de RUWENZORI, 2016-2017.

⁵ LILJEN, J.-L. *Cours de réseaux Electriques*, inédit, Université de Liège, Liège 2012.

Lors d'une transmission maximale de puissance, les pertes sont minimisées ; d'où les réactances s'annulent mutuellement. Le terme « imaginaire » devient nul, à cette pulsation d'égales réactances.

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow LC\omega^2 = 1 \tag{2.9 \& 2.10}$$

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_{res} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ce sont la pulsation et la fréquence de la résonance⁶.

Le courant et la puissance sont déduits des formules précédentes par :

$$U = ZI \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \tag{2.11 \& 2.12}$$

$$P = UI = ZI^2 = \frac{U^2}{Z} = \frac{U^2}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

Les formules (1.7) à (1.12) sont utilisées dans le cas en espèce, des montages ou associations « série ».

III. Matériels Et Methodes

Matériels

- Un onduleur à fréquence variable 12VDC/220VAC 500W
- Des résistances et potentiomètres B10K, permettant d'avoir les valeurs 10K Ω, 1K Ω, 100 Ω, 10 Ω, 1Ω
- Des bobines d'inductance 10mH
- Des condensateurs plans et en céramique 22µF 500V
- Un fréquencemètre 10KHz 500V
- Ampèremètres AC 10A/220V
- Multimètre calibré en Voltmètre SHARP
- Multimètre calibré en Ohmmètre, SHARP
- Fils conducteurs de Cuivre 1,5mm²
- Un ordinateur avec Ms Excel.

Méthodes

Une batterie d'accumulateur 12VDC (VDC= tension en courant continue) alimente un onduleur ou convertisseurs DC-AC (courant continue en courant alternatif) ; cet onduleur permet d'alimenter le circuit expérimental RLC. Les dipôles sont montés en RLC-série et alimentés par l'onduleur à fréquence variable. Un ampèremètre en courant alternatif est inséré dans le montage et permet de mesurer le courant. La puissance est calculée grâce au logiciel Ms Excel par insertion des différentes valeurs mesurées. Le voltmètre permet de mesurer les chutes de tensions aux bornes des dipôles. L'Ohmmètre permet de mesurer les résistances et impédances aux bornes de chaque dipôle. Le potentiomètre permet d'obtenir une gamme des résistances ; un ohmmètre permet de les mesurer avant l'injection du courant dans le circuit. Les résistances des différentes valeurs sont placés successivement dans le montage, puis la fréquence est variée de 0Hz à 3kHz. L'ampèremètre permet de détecter les différentes valeurs du courant afin d'en trouver les valeurs maximales correspondant au transfert maximal de puissance.

Les mesures collectionnées sont insérées dans le tableur Ms Excel qui permet traiter les données recueillies et déterminer les modèles de régression et faire les représentations graphiques. Il a permis ensuite à faire certains calculs.

Nous avons mesuré les valeurs efficaces et ici, nous avons fait abstraction au facteur de puissance *cosφ*.

Les courbes obtenues sont celles de la puissance et du courant en permutant les résistances et en variant la fréquence de l'onduleur de 0 à 3000Hz. $I=f(\omega)$ pour R=1000Ω, 100Ω, 10Ω, 1Ω, $P=f(\omega)$ pour R=1000Ω, 100Ω, 10Ω, 1Ω...avec $\omega=2\pi f$.

Les essais se font manuellement : la méthode est expérimentale et par essais-erreurs.

⁶ LUMBROSO, H. *Exercices résolus d'Electricité*. Dunod, Paris 1984.

IV. Présentation Des Resultats

Dans ce paragraphe nous présentons les différents résultats mesurés par les appareils et ceux simulés par MS Excel, sous forme des graphiques tracés point par point, en variant d'une par la pulsation ou fréquence du courant d'alimentation du circuit RLC, les valeurs des ces différents dipôles d'autres parts.

Montage expérimantal

Ci-dessous le montage expérimental, avec le schéma de branchement des équipements utilisés. L'onduleur est muni d'un dispositif de réglage de la fréquence ; de même la résistance et la capacité sont réglables, avec vérification de valeur grâce au multimètre. Un ampèremètre, un voltmètre et un wattmètre permettent de mesurer les différentes grandeurs I, U et P. Le tableur Ms Excel permet de recueillir les différentes valeurs de R, L, C, I et les simuler dans une feuille de calcul afin de comparer les valeurs mesurées des valeurs calculées ou simulées.

Figure 1 : Schéma expérimental.

Note : L'Ohmmètre possède des bornes amovibles, la résistance ne pouvant pas être mesurée pendant le passage du courant.

Résultats obtenus

Tableau 1.ab. Présentation des données de simulation pour R=1000Ω, L=0,01H, C=0,000022F et U=220V.

R=	1000	Ω
L=	0,01	H
C=	0,000022	F

U=	220	volt
----	-----	------

Pulse	React Inductive	Capacitance	Impédence	Imesuré	courant I	Pmesuré	Puissance
0	0	N/A*	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
110	1,1	413,22314	1081,59395	0,185	0,2034035	44,701	44,7487708
220	2,2	206,61157	1020,67825	0,211	0,21554295	47,405	47,4194488
330	3,3	137,741047	1008,99673	0,216	0,21803837	47,949	47,968441
440	4,4	103,305785	1004,87927	0,219	0,21893177	48,146	48,1649898
550	5,5	82,6446281	1002,97123	0,219	0,21934827	48,237	48,2566184
660	6,6	68,8705234	1001,93693	0,219	0,2195747	48,287	48,3064337
770	7,7	59,0318772	1001,31661	0,220	0,21971073	48,317	48,3363597
880	8,8	51,6528926	1000,91776	0,220	0,21979828	48,336	48,3556209
990	9,9	45,9136823	1000,64828	0,220	0,21985747	48,349	48,3686435
1100	11	41,322314	1000,45962	0,220	0,21989893	48,358	48,3777648
1210	12,1	37,56574	1000,3242	0,220	0,2199287	48,365	48,3843138
1320	13,2	34,4352617	1000,22544	0,220	0,21995041	48,370	48,389091
1430	14,3	31,7863954	1000,15288	0,220	0,21996637	48,373	48,392602
1540	15,4	29,5159386	1000,09962	0,220	0,21997808	48,376	48,3951786
1650	16,5	27,5482094	1000,06103	0,220	0,21998657	48,378	48,3970463
1760	17,6	25,8264463	1000,03384	0,220	0,21999256	48,379	48,3983624
1870	18,7	24,3072436	1000,01572	0,220	0,21999654	48,380	48,3992391
1980	19,8	22,9568411	1000,00498	0,220	0,2199989	48,380	48,3997588
2090	20,9	21,7485863	1000,00036	0,220	0,21999992	48,400	48,3999826
2132,007	21,3200716	21,3200716	1000	0,220	0,22	48,390	48,4
2200	22	20,661157	1000,0009	0,220	0,2199998	48,381	48,3999566
2310	23,1	19,6772924	1000,00586	0,220	0,21999871	48,380	48,3997165
2420	24,2	18,78287	1000,01467	0,220	0,21999677	48,396	48,3992899
2530	25,3	17,9662235	1000,02689	0,220	0,21999408	48,389	48,3986985

2640	26,4	17,2176309	1000,04216	0,220	0,21999073	48,390	48,3979597
------	------	------------	------------	-------	------------	--------	------------

*N/A : non affichée, pour Ms Excel, les valeurs contenant un nombre divisé par 0 ne s'affichent pas, ce qui correspond quelques fois à l'« infini » ; même l'afficheur du multimètre n'affiche pas des telles valeurs.

Commentaire : de ces tableaux, on règle ou varie la fréquence et/ou la pulsation du courant d'alimentation du circuit RLC à partir de 0rad/s en ajoutant 110rad/s.

Les formules utilisées sont :

$$X_L = \text{React_Inductive} = L * \omega$$

$$X_C = \text{React_Capacitive} = \frac{1}{C * \omega}$$

$$Z = \text{Impedance} = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$I = \frac{U}{Z}$$

$$S = \text{PuissanceApparente} = U * I = Z * I^2$$

La puissance active $P=UI\cos\phi$ en Watt est reliée à la puissance apparente par $P=S\cos\phi$; S en VA.

La valeur de la réactance inductive passe de 0Ω et croit proportionnellement à la pulsation. La réactance capacitive passe de $+\infty$ et décroît inversement proportionnel avec la pulsation. Quant à l'impédance, elle passe de $+\infty$ et décroît jusqu'à sa valeur minimale égale à la valeur de la résistance $R=1000\Omega$, puis augmente progressivement. A ce qui concerne la puissance, elle est presque nulle à pulsation nulle, puis elle croît jusqu'à la valeur maximale de 48,4VA pour $\omega=2132\text{rad/s}$ (cfr formules 11,12 et 9,10) et commence à décroître progressivement en fonction que la pulsation augmente.

Les valeurs mesurées du courant $I_{\text{mesuré}}$ et de la puissance $P_{\text{mesuré}}$ (par un appareil à trois chiffres après la virgule) s'écartent très peu des résultats simulés ($I_{\text{simulé}}$ et $P_{\text{simulé}}$) par MS Excel, cet écart est de moins de 1%.

La formule de la fréquence de résonnance

$$\omega_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,01 * 0,000022}} = 2132,0076 \text{ rad / s}$$

$$\Rightarrow f_{\text{res}} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 * 3,14159 * \sqrt{0,01 * 0,000022}} = 339,32 \text{ Hz}$$

L'interprétation de ces données se fera aisément en y associant une courbe tracée point par point. Le graphique ci-dessous présente la dite courbe.

Tableau 1.1 : Valeurs des dipôles pour R=1000Ω

R=	1000	Ω	U=	220	Volt
L=	0,01	H			
C=	0,000022	F

Graphique 1.1 : Courbe de la puissance P en fonction de la pulsation ω pour $R=1000\Omega$

Commentaire:

La courbe de la puissance en fonction de la pulsation forme une cloche de sommet aplati, de valeur maximale voisine de 50W, et qui par la suite décroît au fur et à mesure que ω augmente.

La flèche en rouge montre la largeur de la bande passante tracée à 70% de la valeur maximale de puissance ($\lambda=0,7*48,4=33,88W$) ; elle couvre la bande de $\pm 35rad/s$ à $\pm 10000rad/s$

Tableau 1.2 : Valeurs des dipôles pour R=100Ω

R=	100	Ω	U=	220	volt
L=	0,01	H			
C=	0,000022	F

Graphique 1.2 : courbe de la puissance P en fonction de la pulsation ω pour R=100Ω

Commentaire :

La cloche de la courbe de la puissance en fonction de la pulsation forme un sommet de moins à moins aplati, de valeur maximale voisin de 500W (ici 484W), et qui par la suite décroît au fur e à mesure que ω augmente.

La flèche en rouge montre la largeur de la bande passante tracée à 70% de la valeur maximale de puissance ($\lambda=0,7*484=338,8W$) ; elle couvre la bande de $\pm 400rad/s$ à $\pm 10000rad/s$.

Tableau 1.3 : Valeurs des dipôles pour R=10Ω

R=	10	Ω	U=	220	volt
L=	0,01	H			
C=	0,000022	F

Graphique 1.3 : courbe de la puissance P en fonction de la pulsation ω pour R=10Ω

Commentaire :

Le sommet de la cloche devient pointu, de valeur maximale voisin de 5000W(ici 4840W), et qui par la suite décroît au fur e à mesure que ω augmente.

La trait en rouge montre la largeur de la bande passante tracée à 70% de la valeur maximale de puissance($\lambda=0,7*4840=3388W$) ; elle couvre la bande de $\pm 1500rad/s$ à $\pm 2500rad/s$.

Tableau 1.4 : Valeurs des dipôles pour R=1Ω

R=	1	Ω	U=	220	volt
L=	0,01	H			
C=	0,000022	F

Graphique 1.4 : courbe de la puissance P en fonction de la pulsation ω pour R=1Ω

La cloche devient plus pointue, de valeur maximale voisin de 50000W(ici 48400W), et qui par la suite décroît au fur et à mesure que ω augmente.

La flèche en rouge montre la largeur de la bande passante tracée à 70% de la valeur maximale de puissance($\lambda=0,7*48400=33880W$) ; elle devient plus serrée autour de $\pm 2100rad/s$.

Tableau 1.5 : Valeurs des dipôles pour R=0,1Ω

R=	0,1	Ω	U=	220	volt
L=	0,01	H			
C=	0,000022	F

Graphique 1.5 : courbe de la puissance P en fonction de la pulsation R=0,1Ω

Commentaire :

La cloche se présente comme un bâtonnet, de valeur maximale voisin de 500000W (ici 484000W), et qui par la suite décroît brusquement à mesure que ω augmente.

La flèche en rouge montre la largeur de la bande passante tracée à 70% de la valeur maximale de puissance ($\lambda=0,7*484000=338800W$) ; elle devient très resserrée autour de $\pm 2100rad/s$.

Tableau 1.6 : courbe de la puissance P en fonction de la pulsation R=1Ω, L=0,01H ; C=0,0022F.

R=	1	Ω	U=	220	volt
L=	0,01	H			
C=	0,0022	F

Commentaire:

De ce graphique, on constate que la pulsation de résonance est voisine de 210rad/s.

Tableau 1.7 : courbe de la puissance P en fonction de la pulsation $R=10\Omega$, $L=0,0001H$, $C=0,000022F$

R=	10	Ω		U=	220	volt
L=	0,0001	H				
C=	0,000022	F

Commentaire:

De ce graphique, on constate que la pulsation de résonance passe aux voisinages de 21000rad/s ; ce qui explique que en jouant sur les valeurs de L et de C, on varie la fréquence de résonance. 2100rad/s.

V. Discussion Des Resultats:

Les figures 1.1 à 1.5 montrent les différentes déformations de la courbe de la puissance pour différentes valeurs de la résistance:

Le paramètre R qui est la résistance, joue sur la forme de la courbe; elle devient plus pointue plus la résistance diminue et devient aplatie plus la résistance augmente.

La puissance transmise au circuit dépend de même de la valeur de R, qui joue en effet l'effet dissipateur de l'énergie ou de la puissance ; ainsi la puissance transmise dépend de la valeur de la résistance.

Par ailleurs, la bande passante est rétrécie au fur et à mesure que R diminue; elle s'agrandit lorsque R augmente.

Les figures 1.5 à 1.7 montrent les valeurs approximatives de la pulsation aux passages aux différents pics de puissance; elles correspondent à la fréquence de la résonance en fonction des différentes valeurs de L et C.

Les paramètres L et C jouent un impact sur la fréquence de résonance; ce qui explique la présence de L et C dans la formule de la fréquence de résonance, mais qui ne fait pas intervenir R.

VI. Conclusion

L'étude expérimentale d'un circuit RLC permet de comprendre le comportement de la plus grande partie des appareils et équipement électriques et électrotechniques, ainsi qu'en télécommunication.

Les différents paramètres qui y interviennent seront bien manipulés si et seulement si on connaît les comportements des dipôles et leurs rôles respectifs dans le montage.

Dans un montage RLC, cet essai a permis de dégager les résultats suivants :

- La valeur de la résistance impacte directement sur la forme de la courbe de la puissance en fonction de la pulsation du courant d'alimentation : elle est pointue pour R très petit et aplatie pour R très grand ;
- La puissance transmise au montage pour L et C constant dépend de la valeur de R : elle est grande pour R très petit, et inversement.
- La largeur de bande passante est grande pour R très grand et petite pour R très petit ;
- Les valeurs de L et C jouent directement sur la pulsation de résonance.

Ainsi, en radiodiffusion comme en imagerie et dans d'autres domaines, on devra en tenir compte lorsque l'on aura besoin de tel paramètre selon le cas en possession.

Bibliographie

- [1] Cornier, G. (2020). Génie Electrique. Gen1153, Pp43-60.
- [2] Kasogho, J.-P. (2017). Régulation Et Systèmes Asservis. Université Officielle De Ruwenzori.
- [3] Lilien, J.-L. (2012). Cours De Réseaux Electriques. Université De Liège: Inédit.
- [4] Lumbroso, H. (1984). Exercices Résolus D'electricité. Paris: Dunod Pp 50-90.
- [5] Renier, L. (2018). Changement De Fréquence. Consulté Le 10 25, 2021, Sur La Fréquence De Résonance: [Http://www.louisreynier.com](http://www.louisreynier.com)
- [6] Wikipedia. (2019). Résistivité. Consulté Le 02 10, 2022, Sur Wikipedia: [Https://fr.m.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9sistivité](https://fr.m.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9sistivité)