Modélisation Des Gaz Volcaniques Carboniques et Sulfureux à L'Aide Des Températures Des Fissures Du Volcan Nyiragongo

LUBEMBA Atchibiya Michel⁽¹⁾, BAHAYA Barahamukenyi Siméon⁽¹⁾, CIMBELA Kabongo Joseph⁽²⁾ et KABASELE Yenga Yenga Albert⁽²⁾

(1) (2)

Département de Physique-Technologie, Institut Supérieur Pédagogique (ISP) de Bukavu, RD Congo Département de Physique et des sciences appliquées, Université Pédagogique Nationale (UPN) de Kinshasa, RD Congo

Résumé :

L'un des moyens pour suivre l'activité du volcan Nyiragongo est la détermination des quantités de gaz, notammentle dioxyde de carbone et le dioxyde de soufre, dégagés par ce volcan.

Le but poursuivi par ce travail est de pouvoir mesurer indirectement les quantités des gaz (CO2 et SO2) dégagés par le volcan Nyiragongo à partir des fonctions de modélisation mathématique reliant ces quantités de gaz à la température dans les fissures de ce volcan. A partir des valeurs de mesure de la température et des quantités de CO2 et de SO2 dans certains sites de fissures du volcan Nyiragongo fournies par l'Observatoire Volcanologique de Goma (OVG), nous avons élaboré une base des données en deux parties. Chaque partie est constituée des variables quantités de l'un des gaz (CO2 ou SO2) avec la variable température. Cette base des données a été traitée par le logiciel SPSS pour générer, par régression linéaire ou non linéaire, des fonctions de modélisation des quantités de CO2 et SO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi.

A l'issue de la discussion des résultats, nous avons retenu trois fonctions conduisant à des modèles plus satisfaisants des quantités de gaz CO2 et SO2 dégagés par le volcan Nyiragongo :

1) Modélisation du SO₂ dégagé par le volcan Nyiragongo par une fonction de régression linéaire simple de la température dans la fissure de Munigi.

2) *Modélisation du CO2 dégagé par le volcan Nyiragongo par une fonction de régression quadratique et une fonction de régression cubique de la température dans la fissure de Munigi.*

Les fonctions de régression obtenues donnent des modèles permettant la détermination du SO2 ou du CO2 dégagésdans une fissure du volcan Nyiragongo en fonction des températures dans cette fissure. Mots clés :

Modélisation, volcan Nyiragongo, gaz volcaniques, dioxyde de carbone (CO2), dioxyde de soufre (SO2), température des fissures, régression linéaire, régression non linéaire.

Nomenclature :

[MNG_CO2 (g/100g_air)]: variable quantité de CO2 dégagé à Munigi, en % (grammes par100g d'air). [MNG_SO2 (ppm)]: variable quantité de SO2 dégagé à Munigi, en ppm (parties par mille). [MNG_Temp (°C)]: variable température dans la fissure à Munigi, en °C (degrés Celsius)

Date of Submission: 10-04-2021

Date of Acceptance: 26-04-2021

I. Introduction

Les éruptions volcaniques qui atteignent la surface du globe terrestre par l'air ou par l'eau sont toujours accompagnées de dégâts énormes causés sur l'environnement [3] [8] ; dégâts qui peuvent aller jusqu'à des pertes en vies humaines, notamment pour les volcans plus ou moins proches des agglomérations humaines. C'est le cas du volcan Nyiragongo pour les populations de la ville de Goma, Chef-lieu de la province du Nord-Kivu à l'Est de la République Démocratique du Congo [17]. Ces dégâts sont causés par les coulées des laves ardentes lors des éruptions et les émissions des gaz volcaniques aussi bien en période éruptive qu'en période non éruptive. Alors que les coulées des laves ont des effets immédiats, les gaz volcaniques émis ont des effets qui peuvent se manifester à court, à moyen et à long terme [6] [8] [13].

Plusieurs travaux de recherche ont déjà été réalisés sur les volcans de la chaîne des Virunga en général et, en particulier, sur les seuls à être encore actifs à ce jour, à savoir le Nyiragongo et le Nyamulagira ; le Nyiragongo étant en plus l'un des volcans les plus dangereux d'Afrique, voire même du monde [1] [5]. Toutefois, à notre connaissance, les premières études portant sur la modélisation des gaz volcaniques émis par le volcan Nyiragongo n'ont été menées qu'à partir de 2013 [9]. Des études effectuées auparavant sur ces deux

volcans aussi bien par des chercheurs locaux du Centre de Recherche en Sciences Naturelles de Lwiro (CRSN/Lwiro) et de l'Observatoire Volcanologique de Goma (OVG) que par des chercheurs nationaux et internationaux n'auraient porté que [14]

[15] sur l'historique de ces deux volcans, les signes précurseurs et les paramètres caractéristiques de leurs éruptions, par exemple les coulées des laves, les dégagements gazeux, ainsi que sur la détermination de l'impact des éruptions de ces deux volcans sur l'environnement, notamment dans le sens de la pollution atmosphérique par les gaz dégagés dans l'atmosphère et les dangers qui menacent les populations exposées à cette atmosphère polluée. Il est évident que l'accroissement des quantités des gaz dégagés peut servir d'indicateur de l'évolution de l'activité volcanique pour prévenir une éventuelle prochaine éruption [3] [8] [14]. Il s'avère donc indispensable de mesurer régulièrement les quantités des gaz dégagés par ces volcans. C'est ce qu'on fait depuis un certain temps à l'OVG grâce à un matériel très onéreux, qui doit être manipulé avec beaucoup de délicatesse, matériel que l'OVG n'a pu acquérir que par le biais de la coopération internationale. Aussi nous sommes-nous demandé s'il n'y aurait pas moyen de contourner ou tout au moins de réduire au minimum ce problème d'utilisation accrue d'un matériel très couteux dont l'acquisition et la manipulation ne sont pas faciles. Nous nous sommes alors proposé [9] de déterminer indirectement les quantités des gaz dégagés par le volcan Nyiragongo à partir des modèles mathématiques susceptibles d'établir une relation entre ces quantités des gaz dégagés par différentes fissures et un paramètre plus facilement mesurable comme la température dans les fissures.

Ainsi donc, dans le présent travail, la grande question ayant fait l'objet de notre préoccupation est la suivante : Existe-t-il une corrélation entre les quantités de CO2 ou de SO2 dégagés et la température dans les fissures du volcan Nyiragongo ? En d'autres termes, peut-on déterminer les quantités de CO2 ou de SO2 dégagés par le volcan Nyiragongo à partir des fonctions de régression simple (linéaire ou non linéaire) de la température dans les fissures de ce volcan ?

II. Cadre Théorique De La Modélisation

2.1. La modélisation

Nous entendons par modélisation la conception d'un modèle qui permet d'expliquer plus facilement un phénomène réel qui semble être complexe et d'en prédire les résultats à partir d'une ou de plusieurs théories exprimées par des fonctions mathématiques. Un modèle fournit donc une représentation qui se rapproche plus ou moins du phénomène et à laquelle on peut se référer lorsqu'on ne sait pas voir ce qui se produit réellement [2].

2.2. Coefficient de corrélation entre deux variables

Deux variables quantitatives X et Y sont dites corrélées lorsqu'on peut exprimer l'une en fonction de l'autre à l'aide d'une formule mathématique dont les résultats reproduisent plus ou moins les données. La qualité d'une corrélation est mesurée par un coefficient de corrélation exprimé par la relation [2] [11] : $r = \frac{\sigma_{XY}}{r}$

$$r = \frac{1}{\sigma_X \sigma_Y}$$

où σ_{XY} est la covariance entre les variables X et Y; σ_X et σ_Y sont les écarts-types des deux variables.

On montre que $[6]: -1 \le r \le +1$.

Plus le coefficient de corrélation s'éloigne de zéro, dans un sens ou dans l'autre, meilleure est la corrélation :

- Pour r = +1, on a une corrélation positive parfaite (relation totale ; les deux variables varient dans le même sens).
- Pour r = -1, on a une corrélation négative parfaite (relation totale ; les deux variables varient en sens contraires).
- Pour r = 0, on a une corrélation nulle (absence totale de corrélation ; les deux variables sont indépendantes).
 En fait, c'est beaucoup plus la valeur du carré du coefficient de corrélation qui interprète mieux la

corrélation entre deux variables quantitatives que la valeur du coefficient de corrélation lui-même [2] [10]. En effet, r^2 donne une estimation de la proportion de liaison entre les deux variables et $1 - r^2$ donne une estimation de la proportion de liaison) entre les deux variables.

2.3. Modèles de régression linéaire simple

Un type de modèles mathématiques souvent utilisé est la régression. Dans le cadre de ce travail, nous ne considérons que des cas de régression simple où la variable dépendante (généralement notée Y) est exprimée en fonction d'une seule variable indépendante (généralement notée X). Le modèle de régression est alors dite linéaire ou non linéaire suivant que la relation exprimant Y en fonction de X est une fonction linéaire ou non linéaire [12]. On a par exemple :

- Régression linéaire : Y = aX + b

où a et b sont des coefficients constants. Le graphique est une ligne droite appelée droite de régression.

(1)

- Régression quadratique (non linéaire) : $Y = aX^2 + bX + c$ (2) où *a*, *b* et *c* sont des coefficients constants. Le graphique est une ligne courbe (ici, une parabole) appelée courbe de régression.

Notons que certains modèles de régression non linéaire se réduisent à des modèles de régression linéaire par un changement de variables [11]. C'est par exemple :

- Régression logarithmique : Y = a ln X + b (3)
 où a et b sont des coefficients constants. On a alors un modèle de régression linéaire de variable indépendante ln X et de variable dépendante Y.
- Régression exponentielle : ln Y = aX + b (4)
 où a et b sont des coefficients constants. On a alors un modèle de régression linéaire de variable indépendante X et de variable dépendante ln Y.
- Régression inverse : $Y = \frac{a}{x} + b$

(5)

où *a* et *b* sont des coefficients constants. On a alors un modèle de régression linéaire de variable indépendante $\frac{1}{v}$ et de variable dépendante *Y*.

III. Approche Méthodologique

3.1. Des sites et des périodes de prélèvement des données

L'Observatoire Volcanologique de Goma (OVG), à travers ses Départements de Géophysique et de Géochimie, nous a fourni les données brutes suivantes :

Les relevés journaliers des quantités de gaz carbonique (*CO*₂) mesurées dans les sites de Bugarura 1,
 Bugarura 2, Bugarura 3 et Munigi durant la période allant du 3/1/2007 au 22/12/2011, soit environ cinq ans.
 Les relevés journaliers des quantités de dioxyde de soufre (*SO*₂) mesurées dans le site de Munigi

durant lapériode allant du 1/5/2010 au 16/1/2011, soit environ trois quarts d'année.

Tableau1 : Coordonnées géographiques des stations de prélèvement duCO2 et du SO2 du volcan Nyiragongo.

	_		
Dénomination	Latitude	Longitude	Altitude
Munigi (MNG)	01°38'09,1''S	29° 14' 58,7'' E	1618 m
Bugarura 1 (BUG 1)	01° 39' 46,8'' S	29°17'06,9'' E	1678 m
Bugarura 2 (BUG 2)	01° 37' 34,0'' S	29° 14' 37,3'' E	1680 m
Bugarura 3 (BUG 3)	01° 37' 44,5'' S	29° 14' 58,9'' E	1660 m
1 0 1 1 1 1	110110 0010		

Source : Département de Géochimie de l'OVG, 2013

En examinant les données du tableau ci-dessus, nous constatons que la station de Bugarura 1 est beaucoup plus décalée, en latitude et en longitude, par rapport aux trois autres et que la station de Munigi est la plus basse en altitude ; elle est la plus facilement accessible à partir de la ville de Goma.

- Les relevés journaliers des températures dans les fissures mesurées dans les sites de Mugara, Munigi et Nyiragongo Cabanes durant la période allant du 28/3/2003 au 27/8/2012 (soit environ neuf ans et demi) pour le site de Munigi, du 28/3/2003 au 19/2/2012 (soit environ neuf ans) pour le site de Nyiragongo Cabanes et du 7/5/2003 au 6/11/2009 (soit environ six ans et demi) pour le site de Mugara.

Tableau 2 : Coordonnées géographiques des stations de prélèvement de la températuredans les fissures duvolcan Nyiragongo.

Dénomination	Latitude	Longitude	Altitude				
Nyiragongo Cabanes (NYC)	01,52901° S	29,24980° E	3355 m				
Mugara (MGR)	01,362336° S	29,14174°E	1472 m				
Munigi (MNG)	01,63588° S	29,24565° E	1618 m				

Source : Département de Géophysique de l'OVG, 2013

En examinant les données du tableau ci-dessus, nous constatons que la station de Mugara est beaucoup plus décalée, en latitude et en longitude, par rapport aux deux autres et que la station de Nyiragongo Cabanes est de loin la plus élevée en altitude ; elle est la plus difficilement accessible à partir de la ville de Goma.

Il faut noter que ces données brutes comportaient des vides pour certaines dates dus à divers problèmes (défectuosité ou vol du matériel, inaccessibilité des sites, etc.) qui ont empêché le prélèvement des températures ou des gaz dans l'une ou l'autre fissure, un jour ou plusieurs jours de suite.

3.2. Matériel et techniques de la récolte des données



Figure 1 : Vue d'un gazomètre GA 2000 (Laboratoire de l'OVG).

Au Département de Géochimie de l'OVG, pour récolter les données de CO2, on utilise un gazomètre "GA 2000", ("Gas Analyser 2000''). Le gazomètre est relié à une sonde dont on plonge la pointe dans la fissure à une profondeur variant entre 5 et 10 cm. De part et d'autre du gazomètre (Figure 1), on voit une batterie d'accumulateur (source d'énergie) et la partie supérieure d'une sonde (aspirateur des gaz dans les fissures). Après allumage du système, on pompe pour aspirer les gaz dont les concentrations sont alors affichées sur l'écran du gazomètre. La concentration de CO2 s'exprime en %, par exemple en grammes par cent grammes d'air (g/100g_air) ou en molespar cent moles d'air (mol/100 mol_air).

Au même Département de l'OVG, on utilise un 'Differential Optical Absorption Spectrometer'' (DOAS) pour mesurer les quantités de SO2 émis par le volcan Nyiragongo. Dans chacune des stations satellites installées autour du volcan, beaucoup plus vers l'ouest, se trouve un équipement composé d'un spectromètre, d'une boite électronique, d'une radio modem et d'un ''timer''. En dehors de la station se trouve un scanner relié au spectromètre par une fibre optique. C'est le scanner qui capte les informations (nombre de molécules de SO2) au niveau du panache des gaz et les transmet au spectromètre pour la digitalisation. A partir de là, les données sont stockées dans la boîte électronique pour être envoyées vers la station mère à la base de l'OVG par ondes radio au moyen d'une antenne émettrice. A la base, se trouve une antenne réceptrice qui transmet à son tour les données aulaptop via une autre radio modem. Dans le laptop, un logiciel spécialisé arrange les données et leur donne la forme des graphes. A leur tour, les chercheurs de l'OVG calculent pour chaque ''packet'', le volume de S02 correspondant. Une centaine de ''packets'' peut arriver par jour. A la fin de la journée, on fait la moyenne de toutes les valeurs.

Au Département de Géophysique de l'OVG, la température dans les fissures [2], exprimée en degrés Celsius (°C), est mesurée par des capteurs thermiques munis des sondes que l'on plonge dans les fentes.

3.3. De la constitution de la base des données

3.3.1. Choix des Variables de la base des données

Nous avons décidé de prendre comme paramètre variable des températures dans les fissures, les données des températures prélevées à la station de Munigi, le seul site de prélèvement des températures pour lequel nous avons eu également des données sur les quantités de CO2 et de SO2. Par ailleurs, pour les concentrations en CO2, comme nous n'avons pas les données des températures pour les trois stations de Bugarura, seules les données de la station de Munigi seront utilisées pour chercher à établir la corrélation entre les quantités de CO2 et de SO2 et les températures dans les fissures. Enfin, les dates de prélèvement des données des quantités de CO2 et de SO2 n'étant pas les mêmes, nous avons estimé qu'il fallait étudier séparément ces deux gaz. Ainsi, notre étude va comprendre deux parties. D'une part, la corrélation entre les quantités de CO2 et la température dans les fissures à Munigi ; et, d'autre part, la corrélation entre les quantités de CO2 et la température dans les fissures à Munigi. Pour cela, nous avons adopté les variables reprises dans le tableau suivant :

Notation de la variable	Signification de la variable
[MNG_Temp (°C)]	Température dans la fissure à Munigi, mesurée en °C.
[MNG_SO2 (ppm)]	Quantité de SO ₂ dégagée à Munigi, mesurée en ppm.
[MNG_CO2 (g/100g_air)]	Quantité de CO2 dégagée à Munigi, mesurée en g/100g d'air (%).

Tableau 3 : Variables de la base des données et leur signification

3.3.2. Echantillonnage

Une analyse exploratoire préalable doit être effectuée sur les données brutes dans le but de dépister et éliminer d'éventuelles irrégularités (présence des trous ou des valeurs aberrantes dans les données) avant la construction définitive de la base des données.

La technique de ré-échantillonnage [2] [9] a été utilisée pour combler les vides dans les données :

- Pour le cas d'un vide ne comportant qu'un seul trou, la méthode des moyennes était directement utilisée.

On comble le vide par la moyenne des deux valeurs des données prélevées la veille et le lendemain du jour correspondant au trou.

- Pour le cas d'un vide comportant plusieurs trous successifs, on a utilisé la méthode des plus proches voisins. On cherche le site le plus proche où les données de la même variable existent pour les jours correspondants aux trous. Ainsi, pour les vides des températures au site de Munigi, on choisira préférentiellement le site de Mugara (plus proche) à celui de Nyiragongo Cabanes (plus éloigné).

On calcule, pour une période précédant ou succédant la période des vides et ayant le même nombre de jours, la moyenne des températures dans chacun de deux sites.

On calcule l'indice multiplicateur (*Ind_mult*) comme le rapport des deux moyennes des températures calculées ci-dessus en plaçant la moyenne des températures correspondant au site sans vide au dénominateur et la moyenne des températures correspondant au site avec vide au numérateur :

Ind_mult = Moyenne Temp Munigi . (6) Moyenne Temp Mugara

On comble chaque trou du vide par la valeur trouvée en multipliant la valeur de la température relevée aujour correspondant au trou dans le site sans vide par l'indice multiplicateur calculé ci-dessus :

 $(Température à Munigi)_j = (Temp du jour à Mugara)_j * Ind_mult;$ (7)où la valeur de l'indice j varie suivant les dates successives correspondant aux trous des données à Munigi.

3.3.3. Base des données

Après toutes ces corrections, nous avons constitué une base des données en deux parties :

une partie comprenant les variables [MNG_SO2 (ppm)] et [MNG_Temp (°C)], les quantités de SO2 et lestempératures à Munigi étant considérées à des dates correspondantes. On a ici 162 données par variable.
 une partie comprenant les variables [MNG_CO2 (g/100g_air)] et [MNG_Temp (°C)], les quantités de

CO2 etles températures à Munigi étant considérées à des dates correspondantes. On a ici 86 données par variable.

3.4. Du traitement des données

Dans le présent travail, les données ont été analysées et les résultats (c'est-à-dire les fonctions de modélisation du SO₂ et du CO₂ du volcan Nyiragongo) générés par le logiciel de traitement des données SPSS 16.0. Néanmoins, certains graphiques ont été tracés sous Excel et la méthode des multiplicateurs de Lagrange a

16.0. Neanmoins, certains graphiques ont été tracés sous Excel et la méthode des multiplicateurs de Lagrange a été parfois utilisée en parallèle avec SPSS pour générer des fonctions de régression linéaire et trouver les coefficients de corrélation entre les variables intervenant dans ces fonctions.

Signalons que c'est par souci de ne pas surcharger le présent travail que la base des données et la plupart des calculs pour le traitement des données ont été omis pour ne présenter que les résultats finaux de ce traitement des données.

3.4.1. *Méthode statistique*

Nous avons utilisé le logiciel SPSS 16.0 pour réaliser rapidement et efficacement les divers tests statistiques et générer différentes fonctions de modélisation par régression linéaire ou non linéaire du SO2 et du CO2 du volcan Nyiragongo

Le traitement des données par le logiciel SPSS comprend les étapes suivantes :

- La constitution d'une base de données sous EXCEL.
- L'importation de la base des données sur SPSS pour leur analyse statistique.
- L'analyse des variances (ANOVA) pour générer les fonctions de modélisation. Il faut noter que [7] :

- L'ANOVA de la régression a pour but de tester s'il y a une relation linéaire entre les variables. Une signification inférieure à 5 % indique une relation de linéarité entre les variables mais c'est un examen du nuage de points des variables qui peut confirmer que la relation entre deux variables est véritablement linéaire.

- Une signification des coefficients inférieure à 5 % indique que l'équation de la régression donne une bonne estimation de la variable dépendante.

- Le coefficient standardisé d'une variable indépendante mesure le changement dans la variable

dépendante, exprimé en unités d'écart-type, qui serait produit par une incrémentation positive d'un écart-type dans la variable indépendante concernée. En d'autres termes, ce coefficient donne le poids de la variable indépendantedans l'équation de régression.

3.4.2. Méthode analytique

Nous présentons brièvement ci-dessous la méthode des multiplicateurs de Lagrange [4] [10] [11] [12]

[16] pour le traitement des données et la génération des fonctions de modélisation ainsi que les relations exprimant les coefficients de corrélation. Nous montrons, en fait, comment on détermine par cette méthode l'équation de régression linéaire simple d'une variable dépendante Y en fonction d'une seule variable indépendante X.

3.4.2.1. Equation de la régression linéaire

L'équation générale de la droite de régression est :

$$Y = aX + k \tag{8}$$

avec a et k les deux coefficients inconnus à déterminer (a est appelé coefficient de régression et k est appeléconstante de régression).

Ainsi, pour chaque ligne dans le tableau de la base des données, les valeurs correspondantes de chacune de cesvariables vérifient les équations suivantes :

 $Y_i = aX_i + k \qquad (9)$

où i = 1, 2, ..., N avec N l'effectif de chaque variable.

Ces équations qui, en Mathématique, s'écrivent :

$$aX_i + k - Y_i = 0 \tag{10}$$

sont valables en Physique en considérant des coefficients ε_i très faibles, tels que :

$$aX_i + k - Y_i = \varepsilon_i \tag{11}$$

En additionnant membre à membre ces dernières équations, on trouve :

$$\sum_{i=1}^{N} (aX_i + k - Y_i) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i$$
D'où on tire la variance :
(12)

$$V = \sum_{i=1}^{N} (aX_i + k - Y_i)^2$$
(13)
Les conditions de minimalisation de la variance $V = f(a, k)$ sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial a} = 2\sum X_i (aX_i + k - Y_i) = 0\\ \frac{\partial v}{\partial V} = 2\sum V_i (aX_i - k - Y_i) = 0 \end{cases}$$
(14)

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial k} = 2\sum 1. \left(aX_i + k - Y_i\right) = 0 \end{cases}$$

On en déduit le système suivant de deux équations à deux inconnues a et k : $((\sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{j=1}^{N$

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} X_i \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} X_i \end{pmatrix} k = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} X_i Y_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} X_i \end{pmatrix} a + Nk = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} Y_i \end{pmatrix}$$

$$(15)$$

La résolution de ce système d'équations par l'une ou l'autre des méthodes algébriques connues donne les valeurs des inconnues a et k. En utilisant la méthode de Cramer, nous trouvons comme solutions de ce système d'équations $(a = \frac{p_a}{2})$

$$\begin{aligned} a &= \frac{D}{D} \\ b &= \frac{D_k}{D} \end{aligned}$$
(16)

D

- D est le déterminant principal du système d'équations :

$$D = \begin{vmatrix} \left(\sum_{i=1}^{N} X_i^2\right) & \left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right) \\ \left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right) & N \end{vmatrix}$$
(17)

 $D_a \text{ est le déterminant du système d'équations par rapport à l'inconnue } a :$ $D_a = \begin{vmatrix} (\sum_{i=1}^{N} X_i Y_i) & (\sum_{i=1}^{N} X_i) \\ (\sum_{i=1}^{N} Y_i) & N \end{vmatrix}$ (18)

 $D_k \text{ est le déterminant du système d'équations par rapport à l'inconnue k :}$ $<math display="block">D_k = \begin{vmatrix} \left(\sum_{i=1}^{N} X_i^2\right) & \left(\sum_{i=1}^{N} X_i Y_i\right) \\ \left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right) & \left(\sum_{i=1}^{N} Y_i\right) \end{vmatrix}$

3.4.2.2. Relations de calcul du coefficient de corrélation

On peut estimer la fiabilité de la fonction de régression linéaire obtenue par la méthode de Lagrange par le seul paramètre du coefficient de corrélation [10] [11], noté r dans le cas d'une corrélation simple :

$$r = \frac{N(\sum_{i=1}^{N} X_i Y_i) - (\sum_{i=1}^{N} X_i)(\sum_{i=1}^{N} Y_i)}{\sqrt{\left[N(\sum_{i=1}^{N} X_i^2) - (\sum_{i=1}^{N} X_i)^2\right] \left[N(\sum_{i=1}^{N} Y_i^2) - (\sum_{i=1}^{N} Y_i)^2\right]}}.$$
(20)

(19)

IV. Présentation Et Interprétation Des Résultats

4.1. Modélisation du SO₂ en fonction de la température dans les fissures

Les données traitées en ce point sont celles relatives aux deux variables quantités de SO₂ et température dans les fissures à Munigi.

4.1.1. Valeurs statistiqu	es
---------------------------	----

-		
Tableau 4 : Tableau statisti	que des variables température o	t quantité de SO ₂ à Munigi

Instead in I		istaque des la				
	Ν	Minimum	Maximum	Somme	Moyenne	Ecart type
[MNG_SO2 (ppm)]	162	314,700	11018,260	557344,850	3440,40031	1793,901937
[MNG_Temp (°C)]	162	17,33	27,55		24,6225	2,79105
N valide (listwise)	162					

Nous trouvons dans le tableau ci-dessus, pour chacune des deux variables, les valeurs des caractéristiques suivantes : le nombre de prélèvements (N=162), la valeur minimale, la valeur maximale, la somme, la valeur moyenne et l'écart-type. Il faut noter que nous avons dû effacer dans ce tableau la caractéristique ''somme'' pour la variable [MNG_Temp (°C)] étant donné que la température n'est pas une grandeur cumulative (on ne peut en définir la somme !) mais plutôt une grandeur moyennée.

4.1.2. Coefficients de corrélation

Tableau 5 : Matrice de corrélation des variables température et quantité de SO2 à	Muni
-----------------------------------------------------------------------------------	------

	-	[MNG_SO2 (ppm)]	[MNG_Temp (°C)]
Corrélation	[MNG_SO2 (ppm)]	1,000	-,061
	[MNG_Temp (°C)]	-,061	1,000
Signification (unilatérale)	[MNG_SO2 (ppm)]		,220
	[MNG_Temp (°C)]	,220	

Le tableau ci-dessus indique qu'il existe une faible corrélation négative (r = -0.061) entre les quantités de SO₂ et la température à Munigi. Mais, le coefficient de corrélation n'est pas significatif : la signification de 22,0 %, très supérieure au seuil de 5 %, indique que la corrélation n'est pas déterminée avec une bonne précision. En effet, la valeur du coefficient de corrélation montre qu'on aurait seulement 0,4 % de liaison $(r^2 = 0.003721 \approx 0.004)$ et 99,6 % d'aliénation $(1 - r^2 = 0.996279 \approx 0.996)$ entre les variables [MNG_SO2 (ppm)] et [MNG_Temp (°C)]. Ainsi, le coefficient de corrélation ne nous servira pas de critère pour décider de la fonction de régression à adopter pour la modélisation du dioxyde de soufre en fonction de la température dans la fissure de Munigi du volcan Nyiragongo

Il faut noter par ailleurs que le calcul du coefficient de corrélation entre les deux variables quantité de SO₂ et température à Munigi en remplaçant dans la relation (20) les différentes sommes par leurs valeurs donne, tous calculs faits : $r \approx -0.061$. Cette valeur est bien égale à celle générée par le logiciel SPSS (Tableau 5).

4.13 Fonctions de modélisation du SO₂ du volcan Nyiragongo en fonction de la température dans la fissure de Munigi

1°. Modèle de régression linéaire

a) Fonction générée par SPSS :

		Coefficients non		Coefficients		
	Modèle	standardisés		standardisés T		Sig.
		А	Erreur	Bêta		
			standard			
1	(Constante)	4405,732	1256,748		3,506	,001
	[MNG_Temp (°C)]	-39,205	50,718	-,061	-,773	,441

Tableau 6 : Tableau des coefficients de la droite de régression

a. Variable dépendante : [MNG_SO2 (ppm)]

Tenant compte des valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression linéaire est donnée par :

 [MNG_SO2(ppm)] = 4405,732 - 39,205 * [MNG_Temp (°C)]. (21)(14) Les valeurs de la signification sont respectivement de 0,1 % (< 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et de 44,1 % (> 5 %) pour le coefficient du terme linéaire, c'est-à-dire le coefficient angulaire de la droite de régression.

La valeur du coefficient standardisé, égale à -0,061, montre que lorsque la variable température dans la fissure de Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de SO₂ ne diminue que d'une fraction de 6,1 % de l'écart-type. L'influence du terme linéaire dans la relation entre les deux variables est très faible.

Par contre, l'histogramme (Figure 2) et le diagramme de dispersion (Figure 3) témoignent que le nuage des points est pratiquement aligné par rapport à la droite de régression.

Variable dépendante : [MNG_SO2 (ppm)]



Figure 2 : Histogramme des variables [MNG Temp (°C)] et [MNG SO2 (ppm)]

L'histogramme ci-dessus montre que la valeur moyenne, pratiquement confondue avec la valeur modale, se répète un peu moins de 30 fois. Ainsi, la distribution est pratiquement normale.



Figure 3 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_SO2 (ppm)] en régression linéaire.

Le diagramme de dispersion montre que les points du nuage sont répartis le long d'une ligne droite. Cela confirme que la droite de régression linéaire donne une bonne estimation de la dispersion.

b) Fonction calculée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange :

On a à résoudre le système d'équations (15) à deux inconnues a et k où les X_i sont les valeurs de la variable [MNG_Temp (°C)], les Y_i sont les valeurs de la variable [MNG_SO2 (ppm)] avec N = 162. On calcule les déterminants du système d'équations par les relations (17), (18) et (19) et les valeurs des inconnues par les relations (16). On trouve :

 $\begin{cases} a = \frac{-798187.7}{203168,3026} \approx -39,32 \\ k = \frac{895664934.6}{203168,3026} \approx 4408,49 \end{cases}$ (22) Ainsi donc, la fonction de régression linéaire s'écrit : $[MNG_SO2 (ppm)] = 4408,49 - 39,32 * [MNG_Temp (°C)].$ Nous obtenons pratiquement la même fonction que la relation (21) générée par SPSS.

2°. Modèle quadratique

		Munigi			
	Somme des carrés	Ddl	Carré moyen	F	Sig.
Régression	5557131,022	2	2778565,511	,862	,424
Résidu	5,126E8	159	3223612,696		
Total	5,181E8	161			

 Tableau 8 : ANOVA de la régression quadratique du SO2 en fonction de la température dans la fissure de Municipi

La variable indépendante est [MNG_Temp (°C)].

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus, qui vaut 0,862, donne une signification de 42,4%, supérieure au seuil de 5 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme quadratique de la relation entre la variable quantité de SO2 et la variable température dans la fissure à Munigi.

Tableau 9 : Coefficients de la fonction de régression quadratique du SO2 en fonction de la température à

Munigi								
	Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés		Т	Sig.		
	В	Erreur std.	Bêta					
[MNG_Temp (°C)]	1163,587	1134,697		1,810	1,025	,307		
[MNG_Temp (°C)] ** 2	-25,620	24,146		-1,873	-1,061	,290		
(Constante)	-9478,969	13145,713			-,721	,472		

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression quadratique est donnée par :

 $[MNG_SO2(ppm)] = -9478,969 + 1163,587 * [MNG_Temp (°C)] - 25,620 * [MNG_Temp (°C)]^2. (24)$ Les valeurs de la signification sont respectivement de 47,2 % pour le coefficient du terme indépendant, de 30,7 % pour le coefficient du terme linéaire et de 29 % pour le coefficient du terme quadratique, tous supérieursau seuil de 5 %.

Les valeurs des coefficients standardisés, égales à 1,810 et -1,873 respectivement pour le terme linéaire et le terme quadratique, montrent que lorsque la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart- type, la variable quantité de SO₂ augmente de 1,810 fois l'écart-type et lorsque le carré de la variable température augmente d'un écart-type, alors la variable quantité de SO₂ diminue de 1,873 fois l'écart-type.



Figure 4 : *Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_SO2 (ppm)] en régression quadratique.*

Le diagramme de dispersion ci-dessus montre que le nuage des points est dispersé par rapport à la courbede régression quadratique. Cette dernière ne donne donc pas une bonne estimation de la distribution.

3°. Modèle cubique

Tableau 10 : ANOVA de la régression cubique du SO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

	Somme des	Ddl	Carré moyen	F	Sig.
	carrés				
Régression	6250376,437	2	3125188,219	,971	,381
Résidu	5,119E8	159	3219252,662		
Total	5,181E8	161			

La variable indépendante est [MNG_Temp (°C)].

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus, qui vaut 0,971, donne une signification de 38,1%, supérieure au seuil de 5 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme cubique de la relation entre la variable quantité de SO₂ et la variable température dans la fissure à Munigi

Tableau 11 : Coefficients de la fonction de régression cubique du SO2 en fonction de la température à Munigi

	Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés	Т	Sig.
	В	Erreur std.	Bêta		
[MNG_Temp (°C)] ** 2	27,220	24,978	1,990	1,090	,277
[MNG_Temp (°C)] **	-,790	,702	-2,057	-1,126	,262
(Constante)	-1038,811	4510,599		-,230	,818

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression cubique est donnée par :

[MNG_SO2(ppm)] = −1038,811 + 27,220 * [MNG_Temp (°C)]^2 − 0,790 * [MNG_Temp (°C)]^3. (25) Les valeurs de la signification sont respectivement de 81,8 % (> 5 %) pour le coefficient du terme indépendant, de 27,7 % (> 5 %) pour le coefficient du terme quadratique et de 26,2 % (> 5 %) pour le coefficient du terme cubique.

Les valeurs des coefficients standardisés, égales à 1,990 et -2,057 respectivement pour le terme quadratique et le terme cubique montrent que lorsque le carré de la variable température dans la fissure de Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de SO₂ augmente de 1,990 fois l'écart-type et lorsque le cube de la variable température augmente d'un écart-type, alors la variable quantité de SO₂ diminue de 2,057 fois l'écart-type. Le poids du terme cubique dans l'équation de régression est légèrement supérieur à celui du terme quadratique.



Figure 5 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_SO2 (ppm)] en régression cubique

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression cubique. Celle-ci ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

4°. Modèle logarithmique

Tableau 12 : ANOVA de la régression logarithmique du SO2 en fonction de latempérature dans la fissure de Munigi

	Somme des	Ddl	Carré moyen	F	Sig.				
	carrés								
Régression	1708100,214	1	1708100,214	,529	,468				
Résidu	5,164E8	160	3227521,559						
Total	5,181E8	161							

La variable indépendante est [MNG_Temp (°C)].

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus, qui vaut 0,529, donne une signification de 46,8%, supérieure au seuil de 5 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme logarithmique de la relation entre la variable quantité de SO2 et la variable température dans la fissure à Munigi.

Tableau 13 : Coefficients de la fonction de régression logarithmique du SO2 en fonction de la température à

	MU	inigi			
	Coefficients standardisés	Т	Sig.		
	В	Erreur std.	Bêta		
ln([MNG_Temp (°C)])	-858,064	1179,499	-,057	-,727	,468
(Constante)	6183,433	3773,227		1,639	,103

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression logarithmique est donnée par :

 $[MNG_SO2(ppm)] = 6183,433 - 858,064 * ln[MNG_Temp (°C)]. (26)$

Les valeurs de la signification sont respectivement de 10,3 % pour le coefficient du terme indépendant et de 46,8 % pour le coefficient du terme logarithmique, valeurs supérieures au seuil de 5 %. La valeur du coefficient standardisé, égale à - 0,057 pour le terme logarithmique montre que lorsque le logarithme de la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de SO2 diminue de 0,057 foisl'écart-type. Le poids du terme logarithmique dans l'équation de régression est très faible.



Figure 6 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et

[MNG_SO2 (ppm)] en régression logarithmique.

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression logarithmique. Le modèle logarithmique ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

5°. Modèle exponentielle

 Tableau 14 : ANOVA de la régression exponentielle du SO2 en fonction de latempérature dans la fissure de Munici

Mulligi								
	Somme des carrés	Ddl	Carré moyen	F	Sig.			
Régression	,149	1	,149	,388	,534			

DOI: 10.9790/4861-1302040124

Résidu	61,436	160	,384	
Total	61,585	161		
	T (0 C)1			

La variable indépendante est [MNG_Temp (°C)].

La valeur du rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus trouvée par l'ANOVA est de 0,388 avec une signification de 53,4 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme exponentielle de la relation entre la variable quantité de SO₂ et de la variable température dans la fissure à Munigi.

Tableau 15 : Coefficients de la fonction de régression exponentielle du SO2 en fonction de la température à

Munigi									
	Coefficients n standardisés	on	Coefficients standardisés	Т	Sig.				
	В	Erreur std.	Bêta						
[MNG_Temp (°C)]	-,011	,017	-,049	-,623	,534				
(Constante)	3836,015	1663,175		2,306	,022				

La variable dépendante est ln([MNG_SO2 (ppm)]).

Les valeurs des coefficients de régression tirées du tableau ci-dessus indiquent que la fonction de régression exponentielle est donnée par :

 $ln[MNG_SO2(ppm)] = 3836,015 - 0,011 * [MNG_Temp (^{\circ}C)].$ (27)

Les valeurs de la signification sont respectivement de 2,2 % (< 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et de 53,4 % (> 5 %) pour le coefficient du terme linéaire dans l'équation du logarithme.

La valeur du coefficient standardisé, égale à - 0,049 pour le terme linéaire dans l'équation du logarithme, montre que lorsque la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, le logarithme de la variable quantité de SO₂ diminue de 0,049 fois l'écart-type. Le poids de ce terme dans l'équation de régression estdonc très faible.



Figure 7 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_SO2 (ppm)] en régression exponentielle.

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression exponentielle. Le modèle de régression exponentielle ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

6°. Modèle inverse

Tableau 16 : ANOVA de la régression inverse du SO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

	Somme des carrés	Ddl	Carré moyen	F	Sig.
Régression	1506591,685	1	1506591,685	,467	,496
Résidu	5,166E8	160	3228780,988		
Total	5,181E8	161			

La variable indépendante est [MNG_Temp (°C)].

La valeur du rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus trouvée par l'ANOVA est de 0,467 avec une signification de 49,6 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme inverse de la relation entre la variable quantité SO₂ et de la variable température dans la fissure à Munigi

	Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés	Т	Sig.
	В	Erreur std.	Bêta		
1 / [MNG_Temp (°C)]	18530,720	27127,751	,054	,683	,496
(Constante)	2676,958	1126,511		2,376	,019

Tableau 17 : Coefficients de la fonction de régression inverse du SO2 en fonction de la température à Munigi

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression inverse est donnée par : $[MNG_SO2(ppm)] = 2676,958 + \frac{18530,720}{[MNG_Temp\ (^{\circ}C)]}.$ (28)

Les valeurs de la signification sont respectivement de 1,9 % (< 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et de 49,6 % (> 5 %) pour le coefficient du terme en inverse.

La valeur du coefficient standardisé, égale à 0,054 pour le terme en inverse montre que lorsque l'inverse de la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, la variable de SO_2 augmente de 0,054 fois l'écart-type. Le poids de ce terme dans l'équation de régression est donc très faible.



Figure 8 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et [MNG_SO2 (ppm)] en régression inverse.

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression inverse. Le modèle de régression inverse ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

4.2 Modélisation du CO2 en fonction de la température dans les fissures

Les données traitées en ce point sont celles relatives aux deux variables quantité de CO₂ et température dans les fissures à Munigi.

4.2.1	Valeurs	statistiques
-------	---------	--------------

Tableau 18 : Tableau statistique des variables température et quantité de CO2 à Munigi

	Ν	Minimum	Maximum	Somme	Moyenne	Ecart type
MNG_CO2 (g/100g_air)	86	1,30	27,60	1372,65	15,9610	9,67720
MNG_Temp (°C)	86	19,1400	39,3000		25,279651	4,9837480
N valide (listwise)	86					

Nous trouvons dans le tableau ci-dessus, pour chacune des deux variables, les valeurs des caractéristiques suivantes : le nombre de prélèvements (égal chaque fois à 86), la valeur minimale, la valeur maximale, la somme, la valeur moyenne et l'écart-type. Pour les raisons déjà évoquées plus haut (Tableau 4), nous avons dû effacer, dans ce tableau, la caractéristique ''somme'' pour la variable [MNG_Temp (°C)].

4.2.2 *Coefficients de corrélation*

Tableau 19 : Matrice de corrélation de variables température et quantité de CO2 à Munigi

		MNG_CO2	MNG_Temp
		(g/100g_air)	(°C)
Corrélation	MNG_CO2 (g/100g_air)	1,000	,242
	MNG_Temp (°C)	,242	1,000
Signification	MNG_CO2 (g/100g_air)		,012
(unilatérale)	MNG_Temp (°C)	,012	

Les données du tableau ci-dessus montrent qu'il existe une faible corrélation positive entre les variables quantité de CO₂ et de la variable température à Munigi. En effet, r = 0,242; mais ce coefficient de corrélation est significatif; la signification étant de 1,2 %, valeur bien inférieure au seuil de 5 %. Ainsi donc, la valeur du coefficient de corrélation étant plus proche de 0 que de 1, la liaison entre ces deux variables sera très faible et le nuage de points sera dispersé par rapport à une courbe de régression de ces deux variables. En effet, on a seulementenviron 6 % ($r^2 = 0,058564 \approx 0,06$) de liaison et 94 % ($1 - r^2 = 0,941436 \approx 0,96$) d'aliénation entre les variables [MNG_CO2(g/100g_air)] et [(MNG_Temp (°C)].

Par ailleurs, on calcule le coefficient de corrélation entre les variables quantité de CO₂ et température dans la fissure de Munigi en remplaçant dans la relation (20) les différentes sommes par leurs valeurs. On trouve, tous calculs faits, $r \approx 0,242$. Cette valeur est bien égale à celle générée par le SPSS (Tableau 17).

4.2.3 Fonctions de modélisation du CO₂ du volcan Nyiragongo en fonction de la température dans la fissure de Munigi

1°. Modèle linéaire

a) Fonction générée par SPSS :

1	Modèle	Somme des carrés	Ddl	Moyenne des carrés	D	Sig.
	Régression	467,727	1	467,727	5,244	,025a
	Résidu	7492,375	84	89,195		,
	Total	7960,102	85			

Tableau 20 : ANOVA de la régression linéaire du CO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

a. Valeurs prédites : (constantes), MNG_Temp (°C)

b. Variable dépendante : MNG_CO2 (g/100g_air)

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus donne une signification de 2,5 %. Cette valeur, inférieure au seuil de 5 %, indique l'existence d'une relation de linéarité entre le CO2 et la température dans la fissure de Munigi.

Tableau 21 : Coefficients de la fonction de régression linéaire du CO2 en fonction de la term	pérature à Munig	i
	0	

Modèle	Coefficients n	on standardisés	Coefficients standardisés	Т	Sig.	
	А	Erreur standard	Bêta			
1 (Constante)	4,062	5,295		,767	,445	
MNG_Temp (°C)	,471	,206	,242	2,290	,025	

a. Variable dépendante : MNG_CO2 (g/100g_air)

Tenant compte des valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression linéaire est donnée par :

 $[MNG_CO2(g/100g_air)] = 4,062 + 0,471 * [MNG_Temp (°C)].$ (29) Les valeurs de la signification sont respectivement de 44,5 % (> 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et de 2,5 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire, c'est-à-dire le coefficient angulaire de la droite de régression. La valeur du coefficient standardisé, égale à 0,242, montre que lorsque la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de CO₂ augmente d'une fraction de 0,242 fois l'écart-type. L'influence du terme linéaire dans la relation entre les deux variables est faible.

En outre, l'histogramme (Figure 9) et le diagramme de dispersion (Figure 10) confirment que le nuage des points est effectivement dispersé par rapport à la droite de régression.



Figure 9 : Histogramme des variables [MNG_Temp (°C)] et [MNG_CO2 (g/100g_air)]

La valeur moyenne se répète moins de 5 fois et la valeur modale, qui se répète environ 25 fois, est éloignéede la moyenne. Ainsi, la distribution s'écarte fortement de la normale.



Figure 10 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et [MNG_CO2 (g/100g_air)]

Le diagramme de dispersion montre que les points sont répartis sur une courbe non linéaire. La droite de régression linéaire ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

b) Fonction calculée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange :

On a à résoudre le système d'équations (15) où les X_i sont les valeurs de la variable [MNG_Temp (°C)], les Y_i sont les valeurs de la variable [MNG_CO2 (g/100g/air)] et N = 86.

En remplaçant les différentes sommes par leurs valeurs, on calcule les déterminants du système d'équations par les relations (17), (18) et (19) et les valeurs des inconnues par les relations (16). On trouve :

$$\begin{cases} a = \frac{D_a}{D} = \frac{85464,88}{181586,7} \approx 0,471\\ k = \frac{D_k}{D} = \frac{737833,2}{181586,7} \approx 4,063 \end{cases}$$

Ainsi donc, la fonction de régression linéaire s'écrit :

 $[MNG_CO2 (g/100g_air)] = 4,063 + 0,471 * [MNG_Temp (^{\circ}C)].$

Nous obtenons la même expression que celle de la relation (29) de la fonction générée par SPSS.

2°. Modèle quadratique

Tableau 22 : ANOVA de la régression quadratique du CO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Sig.
Régression	1590,655	2	795,327	10,364	,000
Résidu	6369,447	83	76,740		
Total	7960,102	85			

La variable indépendante est MNG_Temp (°C).

(30)

(31)

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus, qui vaut 10,364, donne une signification de 0,0 %, inférieure au seuil de 5 %. Cette valeur indique qu'il existe une relation de forme quadratique entre la variable quantité de CO₂ et la variable températuredans la fissure à Munigi.

		. 0				
	Coefficients r	non standardisés	Coefficients standardisés		Т	Sig.
	В	Erreur std.	Bêta			
MNG_Temp (°C)	-8,202	2,275		-4,224	-3,605	,001
MNG_Temp (°C) ** 2	,148	,039		4,482	3,825	,000
(Constante)	124,763	31,933			3,907	,000

Tableau 23 : Coefficients de la fonction de régression quadratique du CO2 en fonction de la température à
Munigi

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression quadratique est donnée par :

 $[MNG_CO2(g/100g_air)] = 124,763 - 8,202 * [MNG_Temp (^{\circ}C)] + 0,148 * [MNG_Temp (^{\circ}C)]^{2}.$ (32) Les valeurs de la signification sont respectivement de 0,0 % (< 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et pour le coefficient du terme quadratique et de 0,1 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire.

Les valeurs des coefficients standardisés, égales à - 4,224 et 4,482 respectivement pour le terme linéaire et le terme quadratique, montrent que lorsque la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écarttype, la variable quantité de CO2 diminue de 4,224 fois l'écart-type et lorsque le carré de la variable température augmente d'un écart-type, alors la variable quantité de CO2 augmente de 4,482 fois l'écart-type.



Figure 11 : *Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_CO2 (g/100g_air)]* en régression quadratique.

Le diagramme de dispersion ci-dessus montre que le nuage des points est dispersé par rapport à la courbe de régression quadratique. Cette dernière ne donne donc pas une bonne estimation de la distribution.

Tableau 24 : ANOVA de la régression cubique du CO2 en fonction de la température dans la fissure de Munig									
		Somme des carrés	Ddl	Carré moyen	F	Sig.			
	Régression	1573,956	2	786,978	10,228	,000			
	Résidu	6386,146	83	76,942					
	Total	7960,102	85						

3°. Modèle cubique

La variable indépendante est MNG Temp (°C).

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus, qui vaut 10,228, donne une signification de 0,0 %, inférieure au seuil de 5 %. Cette valeur indique qu'il existe une relation de forme cubique entre la variable quantité de CO2 et la variable température dans la fissure à Munigi.

Coefficients non standardisés s		Coefficients standardisés		Т	Sig.	
	В	Erreur std.	Bêta			
MNG_Temp (°C)	-4,054	1,208		-2,088	-3,355	,001
MNG_Temp (°C) **	,002	,000		2,360	3,792	,000
3						
(Constante)	87,019	22,424			3,881	,000

 Tableau 25 : Coefficients de la fonction de régression cubique du CO2 en fonction de la température à Munigi

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression cubique est donnée par

 $[MNG_CO2(g/100g_air)] = 87,019 - 4,054 * [MNG_Temp(^{\circ}C)] + 0,002 * [MNG_Temp(^{\circ}C)]^{3}.$ (33) Les valeurs de la signification sont respectivement de 0,0 % (< 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et pour le coefficient du terme cubique et de 0,1 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire.

Les valeurs des coefficients standardisés, égales à -2,088 et 2,360 respectivement pour le terme linéaire et le terme cubique, montrent que lorsque la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de CO2 diminue de 2,088 fois l'écart-type et lorsque le cube de la variable température augmente d'un écart-type, alors la variable quantité de CO2 augmente de 2,360 fois l'écart-type.



Figure 12 : *Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_CO2 (g/100g_air)] en régression cubique.*

Le diagramme de dispersion ci-dessus montre que le nuage des points est dispersé par rapport à la courbe de régression cubique. Cette dernière ne donne donc pas une bonne estimation de la distribution.

4°. Modèle logarithmique

 Tableau 26 : ANOVA de la régression logarithmique du CO2 en fonction de la température dans la fissure de Munici

iviumgi							
	Somme des carrés	Ddl	Carré moyen	F	Sig.		
Régression	342,608	1	342,608	3,778	,055		
Résidu	7617,494	84	90,684				
Total	7960,102	85					

La variable indépendante est MNG_Temp (°C).

Le tableau de l'ANOVA indique que le rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus, qui vaut 3,778, donne une signification de 5,5 %, supérieure au seuil de 5 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme logarithmique de la relation entre la variable quantité de CO₂ et la variable température dans la fissure à Munigi.

 Tableau 27 : Coefficients de la fonction de régression logarithmique du CO2 en fonction de la température à Munigi

8-								
Coefficients non standardisés			Coefficients standardisés	Т	Sig.			
	В	Erreur std.	Bêta					
ln(MNG_Temp (°C))	11,418	5,874	,207	1,944	,055			
(Constante)	-20,731	18,905		-1,097	,276			

¶

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression logarithmique est donnée par :

 $[MNG_CO2(g/100g_air)] = -20,731 + 11,418 * Ln[MNG_Temp (^{\circ}C)].$ (34)

Les valeurs de la signification sont respectivement de 27,6 % (> 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et de 5,5 % (> 5 %) pour le coefficient du terme logarithmique.

La valeur du coefficient standardisé, égale à 0,207 pour le terme logarithmique montre que lorsque le logarithme de la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de CO2 augmente de 0,207 fois l'écart-type. Le poids du terme logarithmique dans l'équation de régression est faible.

MNG_CO2 (g/100g_air)



Figure 13 : Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et [MNG_CO2 (g/100g_air)] en régression logarithmique.

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression logarithmique. Celle-ci ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

5°. Modèle exponentielle.

Tableau 28 : ANOVA de la régression exponentielle du CO2 en fonction de la température dans la fissure de

Munigi								
	Somme des	Ddl	Carré	F	Sig.			
Régression	4.005	1	4.005	4.507	.037			
Résidu	74,638	84	,889	.,,	,007			
Total	78,643	85						

La variable indépendante est MNG_Temp (°C).

La valeur du rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus trouvée par l'ANOVA est de 4,507 avec une signification de 3,7 %. Cette valeur indique qu'il existe une relation de forme exponentielle entre la variable quantité de CO₂ et la variable température dans la fissure à Munigi

 Tableau 29: Coefficients de la fonction de régression exponentielle du CO2 en fonction de la température à

 Municipie

wiungi									
	Coefficients non tandardisés		Coefficients standardisés	Т	Sig.				
	В	Erreur std.	Bêta						
MNG_Temp (°C)	,044	,021	,226	2,123	,037				
(Constante)	3,793	2,004		1,892	,062				

La variable dépendante est ln(MNG_CO2 (g/100g_air)).

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression exponentielle est donnée par :

 $ln[MNG_CO2(g/100g_air)] = 3,793 + 0,044 * [MNG_Temp (°C)]. (35)$

Les valeurs de la signification sont respectivement de 6,2 % (> 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et de 3,7 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire dans l'expression du logarithme.

La valeur du coefficient standardisé, égale à 0,226 pour le terme linéaire dans l'équation du logarithme, montre que lorsque la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, le logarithme de la variable quantité de CO₂ augmente de 0,226 fois l'écart-type. Le poids de ce terme dans l'équation de régression est donc faible.



Figure 14 : *Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp* (°*C*)] *et[MNG_CO2* (g/100g_air)] *en régression exponentielle.*

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression exponentielle. Celle-ci ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

6°. Modèle inverse

Tableau 30 : ANOVA de la régression inverse du CO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

	Somme des	Ddl	Carré moyen	F	Sig.
	carrés				
Régression	230,369	1	230,369	2,503	,117
Résidu	7729,733	84	92,021		
Total	7960,102	85			

La variable indépendante est MNG_Temp (°C).

La valeur du rapport de la moyenne des carrés de la régression par la moyenne des carrés des résidus trouvée par l'ANOVA est de 2,503 avec une signification de 11,6 %. Cette valeur ne permet pas de conclure sur la forme inverse de la relation entre la variable quantité de CO₂ et la variable température dans la fissure à Munigi.

Tableau 31 : Coefficients de la fonction de régression inverse du CO2 en fonctionde la variable de la

température à Munigi									
	Coefficients standardisés	s non	Coefficients standardisés	Т	Sig.				
	В	Erreur std.	Bêta						
1 / MNG_Temp (°C)	-256,121	161,873	-,170	-1,582	,117				

(Constante)	26,408	6.683	3	.951	.000
(constante)	=0,.00	0,000		,	,000

D'après les valeurs des coefficients tirées du tableau ci-dessus, la fonction de régression inverse est donnée par :

$$[MNG_CO2(g/100g_air)] = 26;408 - \frac{256,121}{[MNG_Temp\ (^{\circ}C)]}$$
(36)

Les valeurs de la signification sont respectivement de 0,0% (< 5%) pour le coefficient du terme indépendant et de 11,7% (> 5%) pour le coefficient du terme en inverse.

La valeur du coefficient standardisé, égale à -0,170 pour le terme en inverse montre que lorsque l'inverse de la variable température dans la fissure à Munigi augmente d'un écart-type, la variable quantité de SO₂ diminue de 0,170 fois l'écart-type. Le poids de ce terme dans l'équation de régression est donc faible.



Figure 15 : *Diagramme de dispersion des points des variables [MNG_Temp (°C)] et[MNG_CO2 (g/100g_air)] en régression inverse.*

Le diagramme de dispersion indique que le nuage des points est très dispersé par rapport à la courbe de régression inverse. Celle-ci ne donne pas une bonne estimation de la distribution.

V. Discussion Des Résultats

5.1. Modélisation du SO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

1°. Fonction de régression de type linéaire

Bien que le résultat de l'ANOVA ne puisse nous permettre de conclure directement sur l'existence d'une relation de linéarité entre les deux variables (signification : 44,1 % > 5 %); une telle relation (21) a pu être établie à partir des coefficients de régression générés dans le Tableau 6.

Les coefficients de régression sont déterminés avec une signification de 0,1 % (< 5 %) pour le terme indépendant et de 44,1 % (> 5 %) pour le terme linéaire. La valeur du coefficient angulaire de la droite de régression est donc biaisée ; mais, comme on le constate dans le même Tableau 6, le poids de ce coefficient dans la relation est très faible.

En outre, l'histogramme (Figure 2) montre que la distribution est normale et le diagramme de dispersion (Figure 3) montre que le nuage des points est allongé suivant la droite de régression.

Par ailleurs, la figure ci-dessous montre que le graphique des valeurs mesurées (in situ) de la variable [MNG_SO2 (ppm)] et le graphique des valeurs de cette variable calculées par l'équation de régression linéaire enfonction de la variable [MNG_Temp (°C)] n'ont pas la même allure.





Toutefois, on peut estimer que les deux variables ont une certaine corrélation vue que le graphique de la fonction de modélisation est médian par rapport aux fluctuations du graphique des mesures in situ.

De tout ce qui précède, malgré la valeur de la signification donnée par l'ANOVA (44,1 %) et celle de la signification du coefficient du terme linéaire de la fonction de régression (44,1%) qui sont supérieures au seuil de la signification (5 %), mais en tenant compte de la dispersion linéaire des points suivant la droite de régression et du fait que l'histogramme montre que la distribution est normale, nous pouvons conclure que la fonction de régression linéaire des points de dioxyde de soufre en fonction de la température dans la fissure de Munigi du volcan Nyiragongo.

2°. Fonctions de régression de type non linéaire

La fonction de régression linéaire ayant donné un modèle simple, il serait superflu de chercher à trouver un modèle plus compliqué avec des fonctions non linéaires. D'ailleurs les valeurs très élevées de la signification des coefficients des termes des différentes fonctions non linéaires pour les cas présentés au paragraphe 4.1. (Tableau 9 pour le type quadratique, Tableau 11 pour le type cubique, Tableau 13 pour le type logarithmique, Tableau 15 pour le type exponentielle et Tableau 17 pour le type inverse) montrent que les coefficients des termes de ces fonctions sont biaisés et que ces dernières conduisent à des modèles qui ne seraient pas du tout fiables.

Les valeurs très élevées de la signification données dans les tableaux de l'ANOVA (Tableau 8 pour le type quadratique, Tableau 10 pour le type cubique, Tableau 12 pour le type logarithmique, Tableau 14 pour le type exponentielle et Tableau 17 pour le type inverse) ainsi que la dispersion des nuages des points autour des courbes d'ajustement pour ces différents cas (Figure 4 à Figure 8) le confirment.

Ainsi, aucune fonction de régression de type non linéaire ne peut être retenue comme un modèle fiable pour exprimer les quantités de SO₂ dégagées par le volcan Nyiragongo en fonction de la température dans la fissure de Munigi.

5.2. Modélisation du CO2 en fonction de la température dans la fissure de Munigi

D'après la valeur du coefficient de corrélation (Tableau 19), on a seulement environ 6 % de liaison et 94 % d'aliénation entre les variables [MNG_CO2(g/100g_air)] et [(MNG_Temp (°C)]. Ainsi, les fonctions de régression obtenues pour la modélisation du dioxyde de carbone en fonction de la température dans la fissure de Munigi du volcan Nyiragongo seront moins fiables. C'est faute de mieux que l'on pourrait en retenir l'une ou l'autre.

1°. Fonction de régression de type linéaire

Le résultat de l'ANOVA (Tableau 20) indique l'existence d'une relation de linéarité (signification : 2,5 %) entre le CO2 et la température dans la fissure de Munigi. L'équation de régression (28) exprimant cetterelation a été établie à partir des coefficients de régression générés dans le Tableau 21.

Les coefficients de régression sont déterminés avec une signification de 44,5 % (> 5 %) pour le terme indépendant et de 2,5 % (< 5 %) pour le terme linéaire. La valeur de la constante de la droite de régression est donc biaisée. Le même tableau (21) montre que le poids du terme linéaire dans cette relation est très faible.

Mais alors, l'histogramme (Figure 9) montre que la distribution s'écarte de la normale et le diagramme de dispersion (Figure 10) montre que le nuage des points est dispersé par rapport à la droite de régression.

Par ailleurs, la figure ci-dessous montre que le graphique des valeurs mesurées (in situ) de la variable [MNG_CO2(g/100g_air)] et le graphique des valeurs de cette variable calculées par l'équation de régression linéaire en fonction de la variable [MNG_Temp (°C)] n'ont pas la même allure.





De ce qui précède, malgré la valeur peu élevée de la signification donnée dans le tableau de l'ANOVA (2,5 %), étant donnée la valeur de la signification du terme indépendant dans la fonction de régression (44,5 %) qui est supérieure au seuil de signification (5 %) alors que le poids du terme linéaire dans l'équation de la régression est très faible ainsi que le fait que le nuage des points est très dispersé par rapport à la droite de régression et que l'histogramme montre que la distribution n'est pas normale, nous pouvons conclure que la fonction de régression linéaire donne un modèle non fiable pour exprimer les quantités de dioxyde de carbone en fonction de la température dans la fissure de Munigi du volcan Nyiragongo.

2°. Fonctions de régression de type non linéaire

La fonction de régression linéaire n'ayant pas donné un modèle satisfaisant, nous allons chercher le modèle à retenir parmi les modèles des fonctions non linéaires présentées ci-haut.

En comparant, d'une part les valeurs de la signification données dans les tableaux de l'ANOVA (Tableau 22 pour le type quadratique, Tableau 24 pour le type cubique, Tableau 26 pour le type logarithmique, Tableau 28 pour le type exponentielle et Tableau 30 pour le type inverse) et, d'autre part la dispersion des nuages des points autour des courbes d'ajustement pour ces différents cas (Figure 11 pour le type quadratique, Figure 12 pour le type cubique, Figure 13 pour le type logarithmique, Figure 14 pour le type exponentielle et Figure 15 pour le type inverse), nous constatons que les fonctions de régression de type logarithmique et de type inverse ne peuvent être retenues. Les tableaux de l'ANOVA donnent des valeurs de la signification inférieures au seuil de 5 % : 0,0 % pour les cas de régression de type quadratique et de type cubique et 3,7 % pour le cas de régression de type exponentielle. Dans les autres cas, les valeurs de la signification sont supérieures au seuil de 5 %. Quant aux diagrammes, on constate que le nuage des points est chaque fois très dispersé par rapport à la courbe d'ajustement. La fonction de régression ne donne donc, dans aucun de ces cas, une bonne approximation des valeurs de la variable quantité de CO2 à partir de la température dans la fissure de Munigi.

Enfin, les valeurs de la signification des coefficients de régression nous permettent de choisir le meilleur modèle parmi les trois encore en jeu. Nous avons trouvé que :

- Pour la fonction de régression quadratique (Tableau 23) : Les valeurs de la signification sont de 0,0 %~(<5

%) pour les coefficients du terme indépendant et du terme quadratique et de 0,1 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire.

- Pour la fonction de régression cubique (Tableau 25) : Les valeurs de la signification sont de 0,0 % (< 5 %) pour les coefficients du terme indépendant et du terme cubique et de 0,1 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire.

- Pour la fonction de régression exponentielle (29) : Les valeurs de la signification sont de 6,2 % (> 5 %) pour le coefficient du terme indépendant et 3,7 % (< 5 %) pour le coefficient du terme linéaire de la fonction logarithmique.

La fonction de régression exponentielle ayant un des coefficients donné avec une signification supérieure à 5 % est rejetée. La fonction de régression quadratique et la fonction de régression cubique ayant leurs coefficients correspondants données avec des valeurs respectivement égales de la signification, sont retenues.

Ce n'est même pas la comparaison des graphiques des valeurs de la variable quantité de CO2 mesurées in situ aux graphiques des valeurs de cette variable calculées par les équations de régression (Figure 17 et Figure 18) qui permet de départager ces deux cas.







Figure 18 : *Graphiques des valeurs mesurées in situ de la variable [MNG_CO2 (g/100g_air)] et des valeurs calculées par régression cubique de cette variable en fonction de la variable [(MNG_Temp (°C)].*

En effet, l'analyse des deux figures ci-dessus montre que, aussi bien dans le cas de la régression quadratique que dans le cas de la régression cubique, le graphique des valeurs prédites par régression a la même allure que celui des valeurs mesurées in situ dans les parties centrales des graphiques alors que de grandes dissemblances apparaissent dans les parties extrêmes des graphiques.

VI. Conclusion

Comme tout volcan situé à proximité des agglomérations humaines, le volcan Nyiragongo, à 18 km au nord de la ville de Goma, représente un danger permanent pour la population de cette ville. Le suivi quotidien de l'activité de ce volcan est donc indispensable pour prévenir ses éventuelles éruptions. L'un des moyens pour suivre l'activité du volcan Nyiragongo est la détermination des quantités de gaz, notamment le dioxyde de carbone et le dioxyde de soufre, dégagés par ce volcan. Cela peut se faire soit directement en effectuant des mesures in situ (c'est ce qui se fait à l'OVG), soit indirectement en passant par des fonctions de modélisation de ces quantités de gaz en fonction d'autres paramètres plus facilement mesurables.

L'objectif de ce travail était de trouver des fonctions mathématiques exprimant les quantités de CO2 et de SO2 dégagés par le volcan Nyiragongo en fonction de la température dans les fissures. Les quantités des gaz volcaniques seraient alors indirectement déterminées par ces fonctions de modélisation permettant ainsi de réduire au minimum l'utilisation du matériel de terrain qui présente le désavantage d'être très couteux et peut, pour raison de pannes, d'insécurité ou d'autres, buter à des difficultés d'utilisation régulière.

A l'issu du traitement des données et de la discussion des résultats générés par le logiciel SPSS, nous avons pu atteindre notre objectif. Ainsi, trois fonctions de régression ont été retenues comme des modèles fiables, c'est-à-dire des fonctions qui donnent une bonne estimation de la dispersion des points :

1) Le SO₂ dégagé par le volcan Nyiragongo est modélisé par une fonction de régression linéaire de la températuredans la fissure de Munigi.

2) Le CO₂ dégagé à Munigi est modélisé par une fonction de régression quadratique et une fonction de régression cubique de la température dans la fissure de Munigi.

Ainsi donc, les fonctions de régression retenues donnent des modèles permettant la détermination du SO2 ou du

CO2 dégagés dans une fissure du volcan Nyiragongo en fonction des températures dans cette fissure. Comme perspectives, nous envisageons de travailler sur l'application de ces modèles dans la conception des SAP (Système d'Alerte Précoce) pour le degré de pollution atmosphérique par les gaz volcaniques (CO2 et SO2) au voisinage des fissures du volcan Nyiragongo.

Bibliographie

 ATUMUTU D., WAFULA M (1997): Activité séismologique dans les Virunga (RDC) liées aux éruptions de Nyiragongo et de Nyamulagira de Novembre 1994 à Décembre 1996. Rapport annuel de 1997 et 1998; Mus Roy. Tervuren, Depart. Géol. Min. Belgique.

[2]. BAHAYA B., LUBEMBA A. et KABASELE Y. (2020), Modélisation Des Températures Des Fissures Du Volcan Nyiragongo, IOSR Journal Of Applied Physics (IOSR-JAP) e-ISSN : 2278-4861. Issue 4Ser. I (Jul-Aug 2020), PP 04-19

- [3]. BARDINTZEFF J.-M. (2008), Volcanologie, 3^{ème} Ed, Dunod, Paris
- [4]. D'HAINAUT L. (1978), Concepts et méthodes de la statistique ; Ed. Labor, Bruxelles
- [5]. fr.wikipedia.org/wiki/Nyiragongo, consulté le 5 janvier 2021
- [6]. HELMER M.M., SCMINCKE H.-U. et GRAF H.-F., (2000), The annual volcanic gas input into the atmosphere, in particular into the stratosphere: a global data set for the past 100 years. Journal of Volcanology and Geothermal Research 115 (2002), pp. 511 – 528.
- [7]. KINNEAR P. et GRAY C. (2006), SPSS facile appliqué à la psychologie et aux sciences sociales ; Ed. De Boeck, Bruxelles

- [8]. LEFEVRE C. (2010), Volcans et risques volcaniques, Ellipses, Paris
- [9]. LUBEMBA A. (2013), Modélisation des gaz volcaniques (CO2 et SO2) du Nyiragongo au Nord-Kivu, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale (UPN) de Kinshasa
- [10]. MORINO J-L. et al (2010), Statistique descriptive, 4èEd. Dunod, Paris
- [11]. MUKOL O KAUTU (1987), Analyse des données : par régression et corrélation en composantes principales, Mémoire de Licence : Mathématiques, Inédit, ISP Bukavu.
- [12]. TILLE Yves (2011) : Résumé du cours de Modèles de régression ; Institut de statistique, Université de Neuchâtel, Suisse
- [13]. volcanoes.usgs.gov/hazards/gas/so2aerosols.org, <u>consulté le 12 janvier 2021</u>
- [14]. WAFULA M. et ZANA (1994) : Eruption exceptionnelle du volcan Nyamulagira du 20 septembre 1991. Dans Revue des Sciences Naturelles, Vol 2.
- [15]. WAFULA M., MAVONGA (1990) : Activité séismique de la région de Virunga associée à l'éruption de Nyamulagira en 1989. Dans Revue des Sciences Naturelles, Vol 1, N° 1.
- [16]. WALTER A. (2008), Mathématiques pour la physique et les physiciens, 4^{ème} Ed., H & K Editions, Paris [17]. www.ucl.ac.uk.vcoz/field-sites/Nyiragongo, consulté le 10 février 2021

LUBEMBA Atchibiya Michel, et. al. "Modélisation Des Gaz Volcaniques Carboniques et Sulfureux à L'Aide Des Températures Des Fissures Du Volcan Nyiragongo." *IOSR Journal of Applied Physics (IOSR-JAP)*, 13(2), 2021, pp. 01-24.

DOI: 10.9790/4861-1302040124